1 Naturkonstanten

Lichtgeschwindigkeit (Vakuum): $c = 299\,792\,458\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Magnetische Feldkonstante: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}$

Elektrische Feldkonstante: $\varepsilon_0 \approx 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}$

Elementarladung: $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

2 Formelsammlung

2.1 Einheiten

Ladung	Q	$= [\mathrm{A\,s}]$	$= [\mathrm{C}]$
Erregung, elektrisch	D	$= [\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{m}^2}]$	$= [\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}]$
Feldstärke, elektrisch	E	$= [\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{A\,s}^3}]$	$= [\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}] = [\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}]$
Fluss, elektrisch	Φ	$= [\frac{\mathrm{kg\,m}^3}{\mathrm{A\,s}^2}]$	$= [\mathrm{V\,m}]$
Fluss, magnetisch	Φ	$= [\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{A\,s}^2}]$	$= [\mathrm{T\,m}^2] = [\mathrm{V\,s}] = [\mathrm{Wb}]$
Flussdichte, magnetisch	B	$= [\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A\,s}^2}]$	$= [\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{m}^2}] = [\mathrm{T}]$
Induktivität	L	$= [\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{A}^2\,\mathrm{s}^2}]$	$= [\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}}] = [\mathrm{H}]$
Kapazität, elektrisch	C	$= [\frac{\mathrm{s}^4\,\mathrm{A}^2}{\mathrm{kg\,m}^2}]$	$= [\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}] = [\mathrm{F}]$
Leistung	P	$= [\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^3}]$	$= [\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}] = [\mathrm{W}]$
Leitwert, elektrisch	G	$= [\frac{\mathrm{A}^2\,\mathrm{s}^3}{\mathrm{kg\,m}^2}]$	$= [\frac{1}{\Omega}]$
Spannung, elektrisch	U	$= [\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{A\,s}^3}]$	$= [\frac{\mathrm{N\,m}}{\mathrm{C}}] = [\mathrm{V}]$
Widerstand, elektrisch	R	$= [\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{A}^2\,\mathrm{s}^3}]$	$= [\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}] = [\Omega]$

2.2 Coulomb-Gesetz, E-Feld, Potential

Coulomb-Gesetz: $\vec{F}_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}\vec{e}_r$

Elektrisches Feld: $\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i Q_i \frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}}$

- unendlich ausgedehnte Platte: $E_\perp = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
- Gleichmäßig geladene Vollkugel:

  a) Innen: $\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r}{R^3}\vec{e}_r$ b) Außen: $\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\vec{e}_r$
- Gleichmäßig geladener Draht: $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

Kontinuierliche Ladungsverteilung: $Q = \iiint \rho(\vec{r})\mathrm{d}V$

Potential einer Punktladung: $\Phi = \frac{E_{pot}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}|}$

Potential allgemein: $\Phi = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{s} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}U$

$\vec{E}$ konservativ $\Leftrightarrow \oint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = 0 \Leftrightarrow \vec{\nabla}\times E = 0$

Elektrischer Fluss: $\Phi_A = \iint_A \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{A} \;\Leftrightarrow\; \mathrm{d}\Phi = \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$

2.3 Gaußsches Gesetz

$$\boxed{\oiint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_A \rho\mathrm{d}V = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Der elektrische Fluss durch eine geschlossene Oberfläche ist gleich der eingeschlossenen Ladung q geteilt durch eine gewisse Naturkonstante ε_0.

Divergenzsatz: $\oiint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{A} = \iiint_V \mathrm{div}\vec{E}\cdot\mathrm{d}V \Longrightarrow \boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}.$

2.4 Kondensatoren und Dielektrika

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$ $\quad \boxed{C = \frac{Q}{U}} \overset{\mathrm{PK}}{=} \varepsilon_0\frac{A}{d}$ $\quad W_{\mathrm{el}} = \frac{1}{2}CU^2$

Zylinderk.: $C = \frac{2\pi\ell\varepsilon_0}{\ln(b/a)}$ Kugelk.: $C = 4\pi\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$

Reihenschaltung von Kondensatoren: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

Parallelschaltung von Kondensatoren: $C = C_1 + C_2$

Permittivitätszahl: $C = \varepsilon_r \cdot C_0 = \varepsilon_r\varepsilon_0\frac{A}{d}$

elektrisches Dipolmoment: $\vec{p} := q\cdot\vec{d}$

Drehmoment eines Dipols: $\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E} \qquad W_{\mathrm{pot}} = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

Polarisation: $\vec{P} = N\cdot q\vec{d}$ oder $\boxed{\vec{P} = \frac{1}{V}\sum\vec{p}_i}$

Polarisationsladung: $Q_{pol} = d\cdot A\cdot N\cdot q \Rightarrow P = \sigma_{\mathrm{pol}} = \frac{Q_{\mathrm{pol}}}{A}$

E-Feld des Dielektrikums: $E = \frac{\sigma_{\mathrm{frei}} - \sigma_{\mathrm{pol}}}{\varepsilon_0}$

Elektrische Suszeptibilität: $P = \chi\varepsilon_0 E \quad \Rightarrow E = \frac{\sigma_{\mathrm{frei}} - \chi\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0}$

Dielektrische Verschiebung: $\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}} = (1+\chi)\vec{E}$

Gaußsches Gesetz (Dielektrika): $-\oiint_A \vec{P}\mathrm{d}\vec{A} = \iiint_{V(A)} \rho_{\mathrm{pol}}\mathrm{d}V = Q_{\mathrm{pol}}$

Elektrische Feldenergie: $W_{\mathrm{el}} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0\frac{d^2A}{d}E^2$

Energiedichte: $w_{\mathrm{el}} = \frac{W_{el}}{V} = \frac{1}{2}ED$

2.5 Ohmsches Gesetz, Kirchhoffsche Regeln

Kontinuitätsgleichung: $\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\vec{j} = 0}$

Elektrischer Widerstand: $R := \frac{U}{I}$ Im Draht: $R := \rho\frac{l}{A}$

Stromdichte: $I = \iint_A \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$

Strom durch geschlossene Fläche:

$I = \oiint \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{A} = -\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iiint \rho\mathrm{d}V$

Differentielle Form: $\mathrm{div}\vec{j}(\vec{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t}\rho(\vec{r},t)$

Mikroskopische Form des Ohmschen Gesetzes: $\boxed{\vec{j} = \sigma\vec{E} \quad \vec{E} = \rho\vec{j}}$

Knotenregel: $\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \iiint_V \vec{\nabla}\cdot\vec{j}\,\mathrm{d}V = \oiint_{\partial V}\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{A} = \sum_k I_k = 0$

Maschenregel: $\sum_k U_k = 0$

Reihenschaltung von Widerständen: $R = R_1 + R_2$

Parallelschaltung von Kondensatoren: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Joulsches Gesetz: $\boxed{P = \frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{pot}}}{\mathrm{d}t} = U\cdot I} = \frac{U^2}{R} = I^2\cdot R$

Driftgeschwindigkeit: $v_{\mathrm{Drift}} = \frac{I}{nAq} = \frac{U}{nAqR} = \frac{U}{nql\rho}$

Elektromotive Kraft: $U_R = \mathrm{EMK}\cdot\frac{R}{r+R}$

2.6 Das Magnetfeld

Das No-Name Gesetz: $\boxed{\oint\!\!\!\oint_A \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0} \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$

Der Fluss des Magnetfeldes durch eine beliebige geschlossene Fläche ist Null.

Lorentzkraft: $\boxed{\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B}}$ oder $|\vec{F}| = q|\vec{v}||\vec{B}|\sin\theta$

Kreisbewegung im Magnetfeld: $r = \frac{mv}{qB}$

Zyklotron-Frequenz: $\omega = \frac{qB}{m}$

Kraft im elektrischen und magnetischen Feld: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$

Wien-Filter: $E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$

Kraft auf Ströme: $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{B}$

Das Ampersche Gesetz: $\boxed{\oint_{\partial A} \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = \mu_0 I_{\text{eing.}} = \mu_0 \iint_A \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{A}}$

Magnetfeld eines unendlich langen Drahtes: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$

Magnetfeld einer langen Spule: $B = \mu_0 I\frac{N}{L}$ $\quad (L - \text{Länge})$

Gesetz von Biot-Savart: $\mathrm{d}\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\mathrm{d}\vec{s}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$

Biot-Savart allgemein: $\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \vec{j}\times\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}}$

Magnetisches Dipolmoment: $\vec{p}_m = \frac{1}{2}\iiint \vec{r}\times\vec{j}(\vec{r})\,\mathrm{d}^3r = I\cdot\vec{A}$

Drehmoment im Magnetfeld: $\vec{M} = \vec{p}_m\times\vec{B}$

Bohrsches Magneton: $\vec{p}_m = -\ell\frac{e\hbar}{2m_e} =: -\ell\mu_b, \quad \ell\in\mathbb{N}$

Magnetisierung: $\vec{M} = \frac{1}{V}\sum_V \vec{p}_m \quad \vec{M} = \chi\vec{H}$

Magnetische Erregung: $\boxed{\vec{B} = \mu_0(\vec{H}+\vec{M})} = \mu_0(1+\chi)\vec{H}$

- Diamagnetismus: $\chi < 0$
- Paramagnetismus: $\chi > 0$
- Ferromagnetismus: $\chi \gg 0$

Kräfte im inhomogenen Magnetfeld: $\vec{F} = \frac{\chi}{\mu_0}V\vec{B}\ \mathrm{grad}\vec{B}$

2.7 Das Induktionsgesetz

EMK $= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi_{\text{mag}}$ mit $\Phi_{\text{mag}} = \iint_A \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{A}$

Faradaysches Induktionsgesetz: $\boxed{\oint_{\partial A}\vec{E}\mathrm{d}\vec{r} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_A \vec{B}\mathrm{d}\vec{A}}$

Die negative Änderung des magnetischen Flusses durch eine berandeten Fläche erzeugt entlang des Randes eine Spannung die nach der Lenz'schen Regel ihrer Ursache entgegengerichtet ist.

$$\oint_{\partial A}\vec{E}'\mathrm{d}\vec{r} = -\iint_A \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\mathrm{d}\vec{A} + \oint_{\partial A}\vec{v}\times\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_A \vec{B}\mathrm{d}\vec{A}$$

Differentielle Form: $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}}$

Induktivität: $\Phi_{\text{mag}} = L\cdot I \quad \overset{\text{Spule}}{\Longrightarrow} \quad L = \mu_0 N^2\pi\frac{r^2}{l}$

Leistung eines Generators: $P = \frac{B^2A^2\omega^2}{R}\sin^2\omega t$

Spannungen im Transformator: $\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1}$

RL-Kreis: $U_0 + IR = -L\dot{I} \quad \Rightarrow \quad I(t) = \frac{U_0}{R} - \frac{U_0}{R}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$

RLC-Kreis: $U_0 + RI + \frac{1}{C}Q = -L\dot{I}$

Wechselstrom: $\tilde{I}(t) = Ie^{i\omega t} + I^*e^{-i\omega t}$

Effektive Stromstärke: ist der Gleichstrom, welcher am Widerstand die gleiche Wärmemenge erzeugt. $\Rightarrow I_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}}|I| \approx 0.707|I|$

Impedanz einer Induktivität: $Z_L = i\omega L$

Impedanz eines Kondensators: $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$

Energie einer Induktivität: $E = \frac{1}{2}LI^2$

Gesamtimpedanz: $Z = \frac{U_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}}{I_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-\varphi)}} = \frac{U_0}{I_0}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} = R + \mathrm{i}X$

Ampere + Maxwell'scher Verschiebungsstrom:

$\boxed{\oint_C \vec{B}\mathrm{d}\vec{s} = \mu_0\iint_{A(C)}\vec{j}\mathrm{d}\vec{A} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\iint_{A(C)}\vec{E}\mathrm{d}\vec{A}}$

Das Integral über das Magnetfeld $\vec{B}$ entlang eines geschlossenen Weges ist gleich μ_0 mal dem elektrischen Strom $I_{\text{eing.}}$ plus Maxwells Verschwiebungsstrom, der durch diesen Weg führt.

Differentielle Form: $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}}$

2.8 Wellengleichung

Für das E-Feld: $\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial z^2} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t^2}$

Für das B-Feld: $\frac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial z^2} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 B_y(z,t)}{\partial t^2}$

Lösungsansatz: $E_x(z,t) = A\sin(kz-\omega t) \Rightarrow v = \frac{\omega}{k} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = c}$

Phasengeschwindigkeit im Medium: $c' = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}c$

In der Optik: $\mu_r = 1, \quad n = \frac{c}{c'} \Rightarrow n = \sqrt{\varepsilon_r}$

Poynting-Vektor (Energiefluss): $\boxed{\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\times\vec{B})$

Intensität: $\boxed{I = |\langle\vec{S}\rangle_T| = \frac{1}{2}c\cdot n\cdot\varepsilon_0|E|^2}$

2.9 Einführung in die Optik

Energie: $E = h\nu = \hbar\omega$ $\quad$ Geschwindigkeit: $c = \lambda\cdot\nu$

Abbesche Theorie der Bildentstehung: $d = \frac{\lambda}{2n\sin\theta}$

Phasengeschwindigkeit: $v_\mathrm{p} = \frac{\omega}{k}$

Gruppengeschwindigkeit: $v_\mathrm{g} = \frac{\partial\omega}{\partial k}$

Snellsches Brechungsgesetz: $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$

Totalreflexion (Grenzwinkel): $\theta_G = \arcsin\frac{n_0}{n}$

Brewsterwinkel: $\theta_B = \arctan\frac{n_2}{n_1}$

Fermatsches Prinzip: Licht nimmt immer den Weg der minimalen optischen Weglänge (Prinzip der minimalen Laufzeit).

Hinweise an: m.beyer@uni-jena.de